

Lokaler Expansionsgradient und projektive Geschwindigkeitserhaltung in der SWT

Pilotanalyse der Rotationskurven von NGC 3198, NGC 6503 und NGC 3741

Heinrich Feuerbach, Dipl.-Inf.

2026 – aktualisierte Arbeitsfassung

Zusammenfassung

Die Strömungs-Widerstands-Theorie (SWT) interpretiert Gravitation nicht als fundamentale Anziehung von Massen, sondern als Folge eines lokalen Expansionsgradienten. Dieser entsteht in der SWT aus der Bipolarität zwischen einer allgemeinen Raumexpansion und einer lokalen Bremswirkung baryonischer Materie. Zugleich wird Bewegung durch einen Geschwindigkeitserhaltungssatz beschrieben, nach dem sich eine konstante Gesamtgeschwindigkeitsnorm in eine expansionsbezogene und eine räumliche Bewegungs-Komponente zerlegt. Dadurch kann eine beobachtete Beschleunigung als nichtlineare Umverteilung beziehungsweise Projektion einer erhaltenen Norm erscheinen, ohne dass der frei fallende Körper selbst eine Eigenkraft erfahren muss.

Die vorliegende Arbeit verbindet diese inzwischen präzisierte theoretische Interpretation mit einer früheren Pilotanalyse dreier vergleichsweise umgebungsarmer Galaxien aus der SPARC-Datenbank: NGC 3198, NGC 6503 und NGC 3741. Verwendet wird ein geglätteter logarithmischer SWT-Beitrag, dessen Kreisgeschwindigkeitsanteil gegen ein konstantes Plateau strebt. Bei festem stellaren Masse-zu-Licht-Verhältnis von $\Upsilon_{\star} = 0,5$ liefert das SWT-Plateau-Modell RMS-Abweichungen von 5,05 km/s, 4,47 km/s und 2,48 km/s für NGC 3198, NGC 6503 und NGC 3741. Die reduzierten χ^2 -Werte betragen 0,79, 1,37 und 1,34. Rein baryonische Vergleichsmodelle schneiden in dieser Auswertung deutlich schlechter ab. Ein zusätzlicher Void-Term wird für NGC 6503 und NGC 3741 nicht benötigt; bei NGC 3198 ergibt ein freier Vollfit nur einen sehr langskaligen, praktisch schwachen Zusatzterm.

Die Ergebnisse stellen keinen Beweis der SWT dar. Insbesondere wurden die Plateauhöhe und der Übergangsradius galaxienweise angepasst. Die Pilotanalyse zeigt jedoch, dass der mathematische SWT-Ansatz eine kompakte Beschreibung flacher Rotationskurven ermöglicht und sich nun klarer mit dem lokalen Expansionsgradienten sowie der projektiven Geschwindigkeitserhaltung verbinden lässt.

1 Einleitung

Flache Rotationskurven von Spiral- und Zwerggalaxien gehören zu den zentralen Beobachtungsproblemen der Galaxiendynamik. In der Standardkosmologie werden sie im Regelfall durch eine Kombination aus baryonischer Materie und Dunkler Materie beschrieben. Die SWT verfolgt einen anderen Ansatz: Sie interpretiert die zusätzliche Dynamik nicht als Wirkung einer unsichtbaren Materiekomponente, sondern als Folge einer veränderten lokalen Raumexpansion in der Umgebung baryonischer Massen.

Die frühere Drei-Galaxien-Pilotanalyse wurde zunächst primär als empirischer Test einer geglätteten logarithmischen Bremsfunktion formuliert. Inzwischen lässt sich der theoretische Gehalt klarer strukturieren. Drei Begriffe stehen im Zentrum:

1. die Bipolarität zwischen allgemeiner Raumexpansion und lokaler Bremswirkung der Masse,
2. der daraus entstehende lokale Expansionsgradient,

3. der Geschwindigkeitserhaltungssatz als projektive Normrelation.

Ziel dieser Arbeitsfassung ist es, die frühere quantitative Auswertung von NGC 3198, NGC 6503 und NGC 3741 beizubehalten, sie jedoch in diese präzisierte theoretische Sprache einzuordnen. Dabei wird bewusst zwischen mathematischer Modellbeschreibung, physikalischer Interpretation und empirischem Status unterschieden.

2 Theoretischer Rahmen der SWT

2.1 Bipolarität: Expansion und Bremswirkung

Die SWT nimmt eine allgemeine Raumexpansion als Grundprozess an. Baryonische Masse wirkt diesem Prozess lokal bremsend entgegen. Schematisch kann eine lokale Expansionsgröße $\mathcal{E}(r)$ als

$$\mathcal{E}(r) = \mathcal{E}_0 - \mathcal{B}(r) \quad (1)$$

geschrieben werden. Dabei bezeichnet $\mathcal{E}_0$ die ungebremsste Hintergrundexpansion und $\mathcal{B}(r)$ die masseninduzierte Bremswirkung. Der lokale Expansionsgradient lautet entsprechend

$$\Gamma_{\mathcal{E}}(r) = \frac{d\mathcal{E}}{dr} = -\frac{d\mathcal{B}}{dr}. \quad (2)$$

In dieser Interpretation ist nicht die Expansion als solche die Gravitation. Gravitative Dynamik entsteht vielmehr dort, wo die Expansion räumlich unterschiedlich stark gebremst wird. Der Gradient ist damit die dynamisch relevante Größe.

Diese Begriffsbildung markiert zugleich eine klare konzeptionelle Trennlinie zur Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Die ART beschreibt Gravitation durch die Geometrie beziehungsweise Krümmung der Raumzeit; eine kosmische Expansion kann in kosmologischen Lösungen auftreten, ist dort jedoch nicht die allgemeine Ursache lokaler Gravitation. Die SWT postuliert dagegen einen lokalen Expansionsgradienten als ursächlichen Mechanismus gravitativer Dynamik.

2.2 Geschwindigkeitserhaltung als Pythagoras-Relation

Die SWT verwendet als zentrale Normrelation den Geschwindigkeitserhaltungssatz

$$v^2 + c^2(r) = c_0^2, \quad (3)$$

wobei c_0 die invariante Gesamtgeschwindigkeitsnorm bezeichnet, v die räumliche Bewegungs-Komponente des Körpers und $c(r)$ die relative beziehungsweise expansionsbezogene Lichtgeschwindigkeits-Komponente im SWT-Sinn. Der Ausdruck $c(r)$ ist dabei nicht als Behauptung zu verstehen, dass ein lokaler mitbewegter Beobachter unmittelbar eine von der lokalen Lichtgeschwindigkeitskonstante abweichende Lichtgeschwindigkeit messen müsste; er bezeichnet die relative, feldabhängige Komponente innerhalb der SWT-Zerlegung.

Die Gleichung ist pythagoreisch: Eine konstante Norm kann sich in unterschiedlich große orthogonale Komponenten zerlegen. Wird die expansionsbezogene Komponente in Massennähe kleiner, muss die Bewegungs-Komponente entsprechend wachsen.

Für rein radiale Bewegung folgt aus Gleichung (3) durch Ableitung entlang der Bahn

$$2v\dot{v} + \frac{dc^2}{dr}\dot{r} = 0. \quad (4)$$

Mit $v = \dot{r}$ ergibt sich für $v \neq 0$

$$a = \dot{v} = -\frac{1}{2} \frac{dc^2}{dr}. \quad (5)$$

Damit kann eine räumliche Beschleunigung als Folge des Gradienten der zweiten Geschwindigkeitskomponente erscheinen, ohne dass die Gesamtgeschwindigkeitsnorm anwächst. Gleichung (5) ist daher eine besonders kompakte Verbindung zwischen Expansionsgradient und projektiver Bewegungsänderung.

Wird im schwachen Feld formal

$$c^2(r) = c_0^2 + 2\Phi(r) \quad (6)$$

gesetzt, folgt

$$a = -\frac{d\Phi}{dr}. \quad (7)$$

Die bekannte Potentialform kann somit als Grenzbeschreibung einer zugrunde liegenden Geschwindigkeitszerlegung erscheinen. In der SWT ist dies als geometrisch-projektive Interpretation und nicht als fundamentale Fernkraft gedacht.

2.3 Das Zug-Mast-Gedankenexperiment

Ein einfaches Gedankenexperiment illustriert den projektiven Charakter der Normrelation. Ein Zug bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit u auf einer geraden Strecke. Ein Strommast stehe im senkrechten Abstand b zur Bahn. Mit $t = 0$ im Zeitpunkt der nächsten Annäherung ist der Abstand zwischen Zug und Mast

$$r(t) = \sqrt{b^2 + u^2 t^2}. \quad (8)$$

Die konstante Zuggeschwindigkeit zerlegt sich relativ zur Verbindungslinie zum Mast in eine radiale und eine tangentielle Komponente:

$$u_r(t) = \frac{u^2 t}{\sqrt{b^2 + u^2 t^2}}, \quad (9)$$

$$u_\perp(t) = \frac{ub}{\sqrt{b^2 + u^2 t^2}}. \quad (10)$$

Zu jedem Zeitpunkt gilt exakt

$$u_r^2 + u_\perp^2 = u^2. \quad (11)$$

Obwohl die reale Zuggeschwindigkeit konstant bleibt, verändern sich ihre Projektionen nicht-linear. Auch Abstand und Blickwinkel zeigen beschleunigte Verläufe. Bei einer Folge regelmäßig angeordneter Masten wiederholt sich dieser Projektionsvorgang periodisch.

Das Gedankenexperiment beweist keine Gravitationstheorie. Es zeigt jedoch einen mathematisch wichtigen Sachverhalt: Eine konstante reale Geschwindigkeitsnorm kann mit nichtlinear veränderlichen Komponenten und scheinbaren Beschleunigungen vereinbar sein. Die SWT überträgt dieses Projektionsprinzip auf die Zerlegung zwischen expansionsbezogener und räumlicher Bewegungskomponente. Der zusätzliche SWT-Schritt besteht darin, dass der lokale Expansionsgradient als reale räumliche Struktur angenommen wird.

3 Geglättete logarithmische Bremsfunktion

Für die galaktische Pilotanalyse wird ein regulierter logarithmischer SWT-Beitrag verwendet. Als effektive Potentialdarstellung sei

$$\Phi_B(r) = \frac{V_f^2}{2} \ln \left(\frac{r^2 + r_c^2}{r_{\text{ref}}^2} \right) \quad (12)$$

definiert. V_f bestimmt die asymptotische Geschwindigkeitsskala, r_c regularisiert den inneren Bereich und r_{ref} ist eine Referenzlänge, die auf die Dynamik keinen Einfluss hat.

Aus Gleichung (12) folgt der radiale Beschleunigungsbeitrag

$$a_B(r) = -\frac{d\Phi_B}{dr} = -\frac{V_f^2 r}{r^2 + r_c^2}. \quad (13)$$

Für eine Kreisbahn entspricht dies dem Geschwindigkeitsbeitrag

$$v_B^2(r) = \frac{V_f^2 r^2}{r^2 + r_c^2}. \quad (14)$$

Damit gilt

$$\lim_{r \rightarrow \infty} v_B(r) = V_f, \quad (15)$$

wodurch sich ein asymptotisch flaches Geschwindigkeitsplateau ergibt.

In der aktualisierten SWT-Interpretation kann Gleichung (12) als effektive Beschreibung eines geglätteten lokalen Expansionsgradienten gelesen werden. Sie ist jedoch zunächst eine phänomenologische Modellform. Eine vollständige Grundlagenherleitung von V_f und r_c allein aus baryonischer Masse, Geometrie und Umgebung bleibt ein gesondertes theoretisches Ziel.

4 Daten und Fitmodell

4.1 SPARC-Daten

Die Analyse verwendet Rotationskurven und baryonische Massenmodelle aus der SPARC-Datenbank [1]. Für jeden Radiuspunkt wird aus den publizierten Gas-, Scheiben- und gegebenenfalls Bulge-Beiträgen eine baryonische Vergleichsgeschwindigkeit gebildet:

$$v_{\text{bar}}^2(r) = v_{\text{gas}}^2(r) + \Upsilon_\star v_{\text{disk}}^2(r) + \Upsilon_\star v_{\text{bulge}}^2(r). \quad (16)$$

In der Pilotanalyse wird fest

$$\Upsilon_\star = 0,5 \quad (17)$$

verwendet.

Die drei Testobjekte sind NGC 3198, NGC 6503 und NGC 3741. Sie wurden als vergleichsweise umgebungsarme beziehungsweise isolationsnahe Testfälle betrachtet. Diese Umweltklassifikation war in der ursprünglichen Drei-Galaxien-Analyse jedoch noch keine unabhängige, kataloggestützte Void-/Gruppenklassifikation und darf daher nicht überinterpretiert werden.

4.2 Minimalmodell

Das verwendete Plateau-Modell lautet

$$v_{\text{mod}}^2(r) = v_{\text{bar}}^2(r) + V_f^2 \frac{r^2}{r^2 + r_c^2}. \quad (18)$$

Die Parameter V_f und r_c werden für jede Galaxie separat angepasst. Das Modell ist daher in dieser Pilotstufe nicht parameterfrei.

4.3 Erweiterter Umgebungsterm

In einer erweiterten Fassung wurde zusätzlich ein langreichweitiger Umgebungsterm getestet:

$$v_{\text{mod}}^2(r) = v_{\text{bar}}^2(r) + V_f^2 \frac{r^2}{r^2 + r_c^2} - \alpha V_f^2 \frac{r}{r + r_0}. \quad (19)$$

Der Parameter α beschreibt die Stärke des Zusatzterms und r_0 dessen Skalenlänge. In der untersuchten Dreiergruppe wurde dieser Term für NGC 6503 und NGC 3741 praktisch nicht benötigt. Bei NGC 3198 ist der freie Wert zwar formal von null verschieden, die zugehörige Skalenlänge liegt jedoch so weit außerhalb des beobachteten Bereichs, dass die Verbesserung gegenüber dem Minimalmodell vernachlässigbar bleibt.

5 Ergebnisse

Tabelle 1 fasst die früheren Fitresultate des Plateau-Modells zusammen.

Galaxie	D [Mpc]	V_f [km/s]	r_c [kpc]	RMS_{SWT} [km/s]	$\chi_{\text{red,SWT}}^2$	RMS_{bar} [km/s]	$\chi_{\text{red,bar}}^2$
NGC 3198	13,80	134,25	5,50	5,05	0,79	56,1	~ 759
NGC 6503	6,26	106,6	3,58	4,47	1,37	56,8	~ 1664
NGC 3741	3,21	50,6	2,51	2,48	1,34	25,9	~ 123

Tabelle 1: Ergebnisse des früheren SWT-Plateau-Fits und des rein baryonischen Vergleichs. Die SWT-Werte stammen aus der damaligen Drei-Galaxien-Pilotanalyse.

Die drei SWT-Fits liegen mit RMS-Werten von rund 2,5 km/s bis 5 km/s deutlich näher an den beobachteten Rotationskurven als die verwendeten rein baryonischen Vergleichsmodelle. Besonders bei NGC 3198 ergibt sich mit $\chi_{\text{red}}^2 = 0,79$ ein statistisch sehr guter Fit. NGC 6503 und NGC 3741 liegen mit 1,37 beziehungsweise 1,34 ebenfalls in einem Bereich, der für diese Pilotmodellierung als gut anzusehen ist.

Für das erweiterte Modell nach Gleichung (19) ergaben sich folgende Kontrollresultate:

Galaxie	V_f [km/s]	r_c [kpc]	α	r_0 [kpc]	RMS [km/s]	χ_{red}^2
NGC 3198	135,99	5,60	0,136	139,8	5,06	0,82
NGC 6503	nahe Plateau-Lösung		≈ 0	–	4,47	1,47
NGC 3741	nahe Plateau-Lösung		≈ 0	–	2,48	1,50

Tabelle 2: Kontrollresultate des erweiterten SWT-Modells mit Umgebungsterm. Der NGC-3198-Zusatzterm besitzt eine sehr große Skalenlänge und verbessert den Fit nicht gegenüber dem einfacheren Plateau-Modell.

Die Resultate sprechen innerhalb dieser kleinen Stichprobe dafür, dass der geglättete logarithmische Hauptterm bereits den dominanten Verlauf der Rotationsanomalie erfassen kann. Daraus darf jedoch nicht geschlossen werden, dass Umwelteinflüsse generell fehlen. Die späteren SWT-Arbeiten zur Umgebungsabhängigkeit behandeln diese Frage ausdrücklich als eigenständigen statistischen Test.

6 Neue Interpretation der früheren Fitparameter

Die mathematische Fitfunktion bleibt gegenüber der früheren Auswertung unverändert. Geändert beziehungsweise präzisiert hat sich vor allem ihre physikalische Einordnung.

6.1 V_f als asymptotische Projektionsskala

Der Parameter V_f ist zunächst der asymptotische Geschwindigkeitsbeitrag der Fitfunktion. Im SWT-Rahmen kann er als charakteristische Größe der Umverteilung zwischen expansionsbezogener und räumlicher Bewegungskomponente interpretiert werden. Im äußeren Bereich nähert sich der zusätzliche Projektionsanteil einem konstanten Wert, während seine radiale Ableitung weiterhin eine $1/r$ -artige Beschleunigungsstruktur liefert.

6.2 r_c als Übergangs- und Regularisierungsskala

Der Parameter r_c verhindert eine Singularität im Zentrum und bestimmt, wie schnell der SWT-Beitrag in das äußere Plateau übergeht. Physikalisch kann er als effektive Skala gelesen werden, über die sich der lokale Expansionsgradient von der inneren baryonisch dominierten Region in die äußere, nahezu logarithmische Regimeform entwickelt. Diese Interpretation ist plausibel, solange r_c nicht bereits aus unabhängigen SWT-Größen hergeleitet ist; derzeit bleibt r_c ein Fitparameter.

6.3 α als möglicher Umgebungskorrekturterm

Dass α in zwei der drei Galaxien gegen null geht und auch bei NGC 3198 keine relevante Fitverbesserung erzeugt, passt qualitativ zu der Auswahl vergleichsweise umgebungsarmer Systeme. Es ist jedoch kein unabhängiger Nachweis einer Umweltwirkung. Ein solcher Nachweis erfordert eine wesentlich größere, extern klassifizierte Stichprobe aus Void-, Feld-, Gruppen- und Clusterumgebungen.

7 Abgrenzung zur ART

Die ART und die SWT können in vielen Situationen dieselben beobachtbaren kinematischen Effekte beschreiben, verwenden jedoch unterschiedliche Grundbegriffe.

In der ART bewegt sich ein frei fallender Testkörper kräftefrei auf einer Geodäte der gekrümmten Raumzeit. Die Gravitation wird durch die Metrik und ihre Krümmung beschrieben. Eine kosmische Expansion ist eine Eigenschaft bestimmter kosmologischer Lösungen, nicht die allgemeine lokale Ursache der Gravitation.

In der SWT ist der frei fallende Körper ebenfalls kräftefrei. Die beobachtete Beschleunigung wird jedoch als Folge eines lokalen Expansionsgradienten und einer projektiven Umverteilung innerhalb der erhaltenen Geschwindigkeitsnorm interpretiert. Die konzeptionelle Kette lautet

$$\text{allgemeine Expansion} \longleftrightarrow \text{massenbedingte Bremsung} \longrightarrow \text{lokaler Expansionsgradient} \longrightarrow \text{projektive Bewe} \quad (20)$$

Diese unterschiedliche Interpretation wird erst dann zu einer physikalisch entscheidbaren Alternative, wenn SWT und ART für dasselbe Experiment verschiedene quantitative Vorhersagen liefern. Als möglicher zukünftiger Differenztest wurde ein orthogonales Zwei-Resonator-beziehungsweise Zwei-Laser-Experiment diskutiert, das einen lokalen, richtungsabhängigen SWT-Volumeneffekt von bloßer Eigenbeschleunigung trennen soll. Eine solche Vorhersage muss vor einer experimentellen Bewertung jedoch quantitativ vollständig hergeleitet werden.

8 Diskussion

Die Drei-Galaxien-Analyse zeigt drei Dinge. Erstens kann ein geglätteter logarithmischer Zusatzterm flache Rotationskurven mit wenigen Parametern sehr gut approximieren. Zweitens lässt sich diese Fitstruktur konsistent mit dem inzwischen präzisierten SWT-Bild eines lokalen Expansionsgradienten verbinden. Drittens liefert der Geschwindigkeitserhaltungssatz eine geometrisch

anschauliche Interpretation, wie eine Geschwindigkeitsnorm konstant bleiben kann, obwohl ihre beobachteten Komponenten nichtlinear variieren.

Gerade das Zug-Mast-Gedankenexperiment ist für die didaktische Darstellung hilfreich: Es zeigt ohne Gravitation, dass eine konstante reale Bewegung relativ zu einem wechselnden geometrischen Bezug in nichtlinear veränderliche Komponenten zerlegt werden kann. Das ist kein empirischer Beleg für die SWT, verdeutlicht aber den mathematischen Typus des postulierten Mechanismus.

Gleichzeitig sind die Grenzen der Analyse wesentlich. Die Werte V_f und r_c wurden galaxienweise angepasst; deshalb handelt es sich nicht um eine parameterfreie Vorhersage. Das stellare Masse-zu-Licht-Verhältnis wurde fest auf 0,5 gesetzt. Unsicherheiten der Distanz, Inklination und baryonischen Massenmodelle wurden in der Pilotstufe nicht vollständig als gemeinsame systematische Fehler propagiert. Die geringe Zahl von drei Galaxien erlaubt keine populationsstatistische Aussage. Auch die damalige Charakterisierung als isoliert beziehungsweise umgebungsarm muss durch externe Umweltkataloge präzisiert werden.

Der nächste theoretische Schritt besteht daher darin, V_f und r_c aus unabhängigen SWT-Größen herzuleiten. Der nächste empirische Schritt ist ein vorregistrierter Test an einer größeren SPARC-Stichprobe, bei dem die Parameter nicht nachträglich für jede Galaxie frei gewählt werden, sondern soweit möglich aus baryonischer Masse, charakteristischen Radien und Umweltgrößen vorhergesagt werden.

9 Fazit

Die aktualisierte Betrachtung verändert die früheren numerischen Ergebnisse nicht, macht jedoch ihre theoretische Einordnung klarer. Der zentrale SWT-Mechanismus kann nun in einer kompakten Kausalkette formuliert werden: Eine allgemeine Raumexpansion und die lokale Bremswirkung von Masse erzeugen einen lokalen Expansionsgradienten. Dieser verändert innerhalb einer erhaltenen pythagoreischen Geschwindigkeitsnorm die Projektion auf die räumliche Bewegungs-Komponente. Gravitative Beschleunigung wird damit als geometrisch-projektive Bewegungsänderung eines kräftefreien Körpers interpretiert.

Die Fits von NGC 3198, NGC 6503 und NGC 3741 sind mit diesem Bild kompatibel und quantitativ deutlich besser als die in derselben Pilotanalyse verwendeten rein baryonischen Vergleichsmodelle. Sie beweisen die SWT jedoch nicht, weil die entscheidenden Skalenparameter bislang angepasst wurden. Der wissenschaftlich stärkste Ausbau der Theorie besteht deshalb darin, die beobachteten Plateaugeschwindigkeiten und Übergangsradien aus den Grundpostulaten vorherzusagen und anschließend an unabhängigen Galaxien zu testen.

Literatur

- [1] F. Lelli, S. S. McGaugh und J. M. Schombert, “SPARC: Mass Models for 175 Disk Galaxies with Spitzer Photometry and Accurate Rotation Curves”, *The Astronomical Journal*, 152, 157 (2016).
- [2] P. Li, F. Lelli, S. S. McGaugh und J. M. Schombert, “Fitting the Radial Acceleration Relation to Individual SPARC Galaxies”, *Astronomy & Astrophysics*, 615, A3 (2018).
- [3] M. Milgrom, “A Modification of the Newtonian Dynamics as a Possible Alternative to the Hidden Mass Hypothesis”, *The Astrophysical Journal*, 270, 365–370 (1983).
- [4] A. Einstein, “Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie”, *Annalen der Physik*, 49, 769–822 (1916).